

## <<ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΤΑΞΙΔΙ ΣΤΟ ΧΡΟΝΟ>>

Αρχικά ασχοληθήκαμε με το τι είναι αρίθμηση ,πως μετράμε και γενικά από που ξεκίνησε αυτό. Σύμφωνα με όσα μελετήσαμε η αρίθμηση ξεκινά από την παιδική ηλικία του ανθρώπου αν και δεν υπάρχει κάποιο συγκεκριμένο μέρος του εγκεφάλου όπου γίνονται οι αριθμητικές πράξεις .Για την αρίθμηση χρησιμοποιούσαμε τα δάκτυλα μας και λέγαμε τις σωστές αριθμητικές λέξεις έτσι εισήχθηκε ο όρος απεικόνιση. Επίσης ασχοληθήκαμε με τους αρχαίους προγόνους και συγκεκριμένα με τον τρόπο που χρησιμοποιούσαν για να μετράνε στις διαφορές εργασίες τους και να επιλύουν προβλήματα τους . Επιπλέον μελετήσαμε το σύστημα αρίθμησης των Σουμερίων που αργότερα το χρησιμοποίησαν και οι Βαβυλώνιοι οι δεύτεροι πέτυχαν ύψιστο βαθμό μαθηματικής δεξιότητας. Έπειτα μελετήσαμε τον πολιτισμό των Αιγύπτιων και τις βάσεις των μαθηματικών τους καθώς και τους τρόπους γραφής τους.

ΣΤΟΧΟΙ

Αποφασίσαμε να ασχοληθούμε με αυτό γιατί μας ενδιέφερε να μάθουμε την ιστορία των μαθηματικών από ποιους ξεκίνησε και με ποιόν τρόπο , από ποιους δημιουργήθηκαν τα διάφορα συστήματα αρίθμησης που χρησιμοποιούμε σήμερα να ενημερωθούμε για τους αρχαίους πολιτισμούς και ιδιαίτερα πως σκάφτονταν οι άνθρωποι εκείνης της εποχής.

## ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Η κυρία Λεφα που ήταν καθηγήτρια μας αφού μελέτησε το βιβλίο <<ο ταξιδευτής των μαθηματικών>> του Calvin C. Clawson μας έδωσε τις απαραίτητες πληροφορίες με τις οποίες ασχοληθήκαμε.

### 1 ΚΕΦΑΛΑΙΟ <<τι είναι αρίθμηση;>>

Η αρίθμηση απαιτεί να απαντάμε στο ερώτημα πόσα είναι (?). Οι γονείς μας από παλιά μας βοηθούσαν σ' αυτό καθώς μας έβαζαν να μετράμε τα παιχνίδια. Κατά την ηλικία 2-5 χρόνων αρχίσαμε να κάνουμε πιο πολύπλοκο το τρόπο σκέψης καθώς μάθαμε να αντιλαμβανόμαστε τα πράγματα σε συλλογές ή σύνολα. Για παράδειγμα ο γεροκύκλωπας καθόταν το πρωί στην άκρη της σπηλιάς του και έπρεπε να παίρνει από ένα σωρό

ένα βότσαλο για κάθε πρόβατο που περνούσε έξω από την σπηλιά και το βράδυ που γύριζαν τα πρόβατα στην σπηλιά πετούσε ένα βότσαλο για κάθε πρόβατο ώστε να είναι σίγουρος ότι όλα τα πρόβατα είχαν γυρίσει. Αργότερα όταν πήγαμε σχολείο αρχίσαμε να καταλαβαίνουμε << πλήθος στοιχείων >> ενός συνόλου. Μάθαμε την αριθμηση σαν μια δραστηριότητα καθώς όταν μετρούσαμε με τα δάχτυλα κάθε δάχτυλο αντιστοιχούσε σε μια αριθμητική λέξη και έτσι εισήχθηκε ο όρος αμφονοσήμαντη απεικόνιση καθώς κάθε στοιχείο του συνόλου B. Ο άνθρωπος της φυλής Βέντα μπορεί να απεικονίσει ένα κλαδί σε κάθε καρύδα, όταν τελειώσει ο σωρός με τα κλαδιά που θα κρατεί στα χέρια του είναι ο αριθμός των καρυδών, δεν μπορεί όμως να μας πει την κατάλληλη αριθμητική λέξη αλλά μπορεί να μας δείξει τον αριθμό.

Το ερώτημα πως μετράμε βασίζεται σε 3 δραστηριότητες αρχικά στο πόσα είναι έχουμε προσδιορίσει ένα σύνολο και πρέπει να γνωρίζουμε το πλήθος των στοιχείων που αποτελείται. Στη συνέχεια αγγίζουμε ή δείχνουμε διαδοχικά και μετά λέμε διαδοχικά τις αριθμητικές λέξεις. Πολλές φορές όμως δεν δείχνουμε με το δάχτυλο μας αλλά μετακινούμε το βλέμμα μας από το ένα αντικείμενο στο επόμενο.

Για να απαντήσουμε στο ερώτημα σε ποια περιοχή του εγκεφάλου συμβαίνουν οι διάφορες αριθμητικές

πράξεις έχουμε να πούμε ότι είναι δελεαστικό διότι τόσο η αρίθμηση με κλαδιά όσο και η σύγχρονη αρίθμηση δεν συμβαίνουν σε συγκεκριμένη περιοχή του εγκεφάλου αλλά στην ανθρώπινη συνείδηση όπως υποστηρίζει ο Εριχ Χαρθ η συνείδηση είναι φαινόμενο ολόκληρου του νευρικού συστήματος για να προσδιορίσουμε που γίνεται η αρίθμηση επικεντρωνόμαστε στον νεοφλοιό ο οποίος αποτελεί την έδρα της μνήμης της μάθησης και των πραγματικών δεξιοτήτων η δεξιά πλευρά του εγκεφάλου αναγνωρίζει την ύπαρξη πολλαπλών αντικειμένων στο άμεσο οπτικό μας πεδίο , ο προμετωπιαίος φλοιός μας δίνει την δυνατότητα να σχεδιάσουμε αριθμητικές πράξεις και στο πίσω μέρος του αριστερού ημισφαιρίου σχετίζουμε τα δάχτυλα μας με την αρίθμηση. Επομένως φαίνεται τα μέρη εκείνα του εγκεφάλου που χρησιμοποιούνται για την αρίθμηση περιλαμβάνουν περιοχές που είναι επιφορτισμένες με την αφαιρετική ικανότητα τις διαδοχικές κινητικές και γλωσσικές δεξιότητες . Στο έργο του ο Μένινγκερ επισημαίνει ότι οι πρώτοι άνθρωποι χρησιμοποιούσαν μη γλωσσική αρίθμηση .

## 2 ΚΕΦΑΛΑΙΟ <<Εφεύρεση της αρίθμησης>>

Στις 2 Ιουλίου 1103πΧ στον Νείλο ο Ραγιαμάν ο πρεσβύτερος εφεύρε την αρίθμηση και την δίδαξε στους συγχρόνους του αλλά η αρίθμηση είναι πολύ παλαιότερη από αυτόν επομένως η αρίθμηση θα πρέπει να ξεκίνησε μετά την εποχή που η εξελικτική γραμμή διαχωρίστηκε σε ανθρώπους και πιθήκους .

Μια πολύ γνωστή περίπτωση ενός κωφάλαλου αγοριού που απέκτησε γνώση των αριθμών παρατηρώντας τα δάχτυλα του πριν ακόμα διδαχτεί να μετράει , δείχνει στην έννοια του αριθμού δεν χρειάζεται να αναμένει την ανάπτυξη της προφορικής γλώσσας. Ο homo erectus χρησιμοποίησε την αρίθμηση με πολύπλοκα εργαλεία . Επίσης την αρίθμηση με κλαδιά χρησιμοποίησε ο homo sapiens.

## ΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΠΡΙΝ ΤΗΝ ΕΠΟΧΗ ΤΗΣ ΓΕΩΡΓΙΑΣ

Ας απαντήσουμε στο ερώτημα πότε ακριβώς ανατηχθήκαν το δυαδικό και το πενταδικό σύστημα των αριθμητικών λέξεων μπορούμε να υποθέσουμε ότι το κυνήγι –συλλογή τροφής αποτελούσε τον τρόπο ζωής των ανθρώπων από την εποχή του homo erectus της πρώτης ομάδας που υιοθέτησε την παμφάγο δίαιτα μέχρι την εποχή που ο άνθρωπος άρχισε να καλλιεργεί την γη 11000 χρόνια πριν .Πρόκειται δηλαδή για χρονικό διάστημα 1.500000 ετών .Το κυνήγι –συλλογή

τροφής θα πρέπει να ήταν ένα επιτυχημένο μέσο επιβίωσης αφού διήρκησε τόσο πολύ καιρό

Ο ελεύθερος χρόνος δεν εμπνέει τους ανθρώπους να εφευρίσκουν πράγματα

Αυτό το κάνουν τα προβλήματα η γραφή τα μαθηματικά και οι φυσικές επιστήμες εφευρεθήκαν γιατί ήταν απαραίτητα για την επίλυση των προβλημάτων που συνάντησαν οι άνθρωποι.

3 ΚΕΦΑΛΑΙΟ <<οι Σουμέριοι εφευρίσκουν την γραφή>>

Στην χαλκολιθική εποχή 4.500 – 3.000 πΧ

Οι πρώτες πόλεις εμφανίστηκαν στο κατώτερο τμήμα γνωστή με το όνομα Σουμέριοι το σημερινό Ιράκ .Οι Σουμέριοι έφτασαν στο ν.Ιράκ γύρω στο 3.500 π.Χ και έφτιαξαν μια αυτοκρατορία που διήρκησε μέχρι την κατάκτηση της από τους βαβυλωνίους περίπου το 2000 π.Χ Οι νέες πόλεις της Δ.Ασίας δημιούργησαν ένα πλεόνασμα ενεργού ανθρώπινου δυναμικού η εργατική δύναμη του οποίου κατευθύνθηκε προς εξειδικευμένα επαγγέλματα και προς την παραγωγή αγαθών .Για να ακμάσουν οι πόλεις έπρεπε να ανταλλάσουν εμπορεύματα και πρώτες με άλλες πόλεις .Για παράδειγμα στην περιοχή όπου βρίσκονται οι πόλεις των Σουμερίων δεν υπήρχε πρόσβαση σε

καλή ξυλεία ή οικοδομικούς λίθους ή μέταλλο όπως ο χαλκός , το ασήμι , και ο χρυσός .Η ανάγκη μεταφοράς των αγαθών και επαλήθευσης των φορτίων έκαναν ακόμα μεγαλύτερες τις απαιτήσεις για λογιστές .Η προσπάθεια επίλυσης αυτών των προβλημάτων από τους σουμεριους οδηγησε στα πολυπλοκα κουπνια και τελικα στην γραφη .Επομενως η πολεις της Γονιμης Ημισεληνου επινόησαν μια εξυπνη τεχνικη για να φορμαρουν τα κουπνια : τα καλυπταν με πηλο και μετά εψηναν τον πηλο .Αυτο δημιουργησε μια σκληρη μπαλα από πηλο , μέσα στην οποια βρισκόταν τα κουπνια . Η απαντηση ήταν να χαραξεις ή να ζωγραφησεις μια εικονα στην εξωτερικη του επιφάνεια πριν ψηθει το παραπανω συστημα λειτουργησε καλά μεχρι που οι εξυπνοι Σουμέριοι καταλαβαν ότι τα κουπνια που ειχαν ήταν περιττά.Το μονο που πραγματικα χρειαζοταν ήταν να ψηθεί η πηλινη επιφάνεια πανω στην οποία ειχαν χαραχτει τα κουπνια που ειχαν καταμετρηθει .Εγκατελειψαν επομένως τους φακέλους χαρη των πηλινων πινακιδων και ετσι γεννηθηκε η γραφή .Καθε κουπνιο αναπαριστουσε ένα συγκεκριμενο αντικειμενο γιατι οι αριθμοι δεν ειχαν διαχωριστη από τα μετρούμενα αντικειμενα .Αυτο το ειδος αριθμησης ονομαζεται συγκεκριμένη αριθμηση από την Ντενιζ Εμαντ – Μπεσερα και χρησιμοποιουσαν σε φακελους και σε πλακιδια μεταξυ 3.500 και 3.100 πΧ Τέλος γυρω στο 3100 πΧ οι Σουμεριοι

διαχώρισαν τα αποτυπώματα που αναπαριστούσαν τους αριθμούς των αντικειμένων από τα ίδια τα αντικείμενα .Οι αφηρημένοι αριθμοί αποτυπωνόνταν στον πήλο ενώ το πικτογράμμα του μετρουμένου χαρασσόνταν μ ένα μεγάλο εργαλείο γραφής πάνω στον πήλο .Αυτός ο διαχωρισμός αντικειμένων ήταν πολύ πιο αποτελεσματικός ...

Μια από τις αξιολογές δημιουργίες της ανθρώπινης φυλής , η γραφή , έγινε πραγματικότητα από τους Σουμέριους μεταξύ

3500 και 3100 π.Χ Πριν από την εποχή αυτή , η πολιτισμική κληρονομία έπρεπε να μεταδίδεται στις επόμενες γενιές με την προφορική επικοινωνία και τις επιδείξεις . Όλα αυτά άλλαξαν με την γραφή Οι άνθρωποι μπορούσαν να μεταδίδουν πληροφορίες όχι μόνο στους άμεσους απογόνους τους αλλά και άλλες γενιές που απείχαν πολύ από τους ίδιους

Στο 3000 πχ οι Σουμέριοι ανέπτυξαν την σφηνοειδή γραφή όπου αντικατέστησαν τα φωνητικά σύμβολα . Οι Σουμέριοι γνώριζαν την πρόσθεση την αφαίρεση τον πολλαπλασιασμό και την διαίρεση χρησιμοποιούσαν κυρίως ακέραιους αριθμούς και κλάσματα από το 1- 59 χρησιμοποιούσαν συνδυασμούς μονάδων και δεκάδων .Για το εξήντα ζωγραφιζόταν ένα μεγάλο σύμβολο με το σχήμα του πάλι ακουμπισμένο πλάγια . Το επόμενο βήμα

ήταν το 600 ή 60x10 το οποίο συμβολίζονταν με ένα D Το 60 x60 με ένα μεγάλο κύκλο κλπ.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

<<Οι αξιολογοι Βαβυλωνιοι>>

Γύρω στο 2.000 π.Χ ο λαος των μοριτων εισέβαλε στη γη των σουμεριων και κατέκτησε τις πόλεις τους καταστρέφοντας την ουρ το ετως 2.000 π.Χ αυτοι εγιναν γνωστοι ως Βαβυλωνιοι, δημιουργισαν μεγάλη αυτοκρατορια που περιλάμβανε μεγαλες περιοχες του σημερινου ιρακ, ιορδνια, σια.εχτησαν πολλες πολεις και την περιφημη Βαβιλωνα οπου η αυτοκρατορια διηρκισε μεχρι το 538 πΧ όπου η βαβυλωνα επεσε στα χερια του κιρου β της Περσσιας. Κρατισαν συστημα αριθμησης των Σουμεριων που είχε ως βαση το 10 και το 60.Κρατισαν 2 συμβολα το τριγωνο με καθετη πλευρα ,τη σφηνα που συμβολιζε το 1 και το αγκιστρο τριγωνο με 2 ουρες που συμβολιζε το 10

### BABYΛΩΝΙΟΙ-ΣΟΥΜΕΡΙΟΙ

A)εφευρεθηκε η γραφη

B)εισιχθηκαν τα κλασματα

Γ)ανατήχθηκε καθορισμενο σύστημα

Δ)τα μαθηματικα εξελιχθηκαν από τη βασικη αριθμηση,την επιλυση των προβληματων

Εχουν ανακαλυφθει χιλιαδες πιλινα πλακιδια Σουμεριω και Βαβιλωνιων που δεν έχουν αποκρυπτογραφηθεί ακομα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 <<Αιγύπτιοι>>

Οι Αιγύπτιοι ειχαν μεγάλη προοδο στα μαθηματικα . Ο πολιτισμός αρχησε από την 5<sup>η</sup> χιλιετια και διηρκησε μεχρι που τους κατεκτησε ο Μ.Αλεξανδρος 332πΧ Οι πρώτοι Αιγυπτιοι ζουσαν σε 2 βασιλεια στην ανω Αιγυπτο και στην κατω Αιγυπτο .Εφτασαν στην ακμη του πολιτισμου τους . Η ισχυς του αιγυπτιακου πολιτισμου στηριζωταν στην αυθονια του συταριου που καλλιεργούσαν στις όχθες του ποταμου Νείλου .Αυτη η ισχύς αντανακλαται στα σπουδαια μνημεια τους και στην μακροημερευση της κοινωνιας τους , τα μαθηματικα τους όμως δεν αναπτυχθικαν πολύ .Αναπτίχθικαν 2 συστηματα γραφης :τα ιερογλυφικα και η ερατικη γραφη .Περα από τις 4 αριθμητικες πραξεις οι Αιγυπτιοι μπορούσαν να κάνουν καποιους αλγεβρικους και γεωμετρικους υπολογισμους με την μορφη της διηγησης προβληματων αφου δεν ειχαν κανενα σχεδον συμβολο για τις αλγεβρικες πραξεις . Το συμβολο για την προσθεση και την αφαιρεση ήταν ένας αντρας ο όποιος εμπεινε (στην πρόσθεση) η έβγενε (στην αφαίρεση) από ένα σπιτι

.Στην αλγεβρα ελυαν γραμμικες εξισώσεις με έναν αγνωστο της μορφης  $x+ax = \beta$  και  $x+ax+\beta x = \gamma$  ελυαν επισης και καποιες δευτεροβαθμιες εξισώσεις με 2 αγνώστους . Στην γεωμετρία είχαν κανονες για τον υπολογισμο των εμβαδων και των ογκων αλλά κάποια οδηγουσαν μονο σε προσεγγισεις .Για την επιλυση πολλων αλγεβρικών προβληματων κατευφευγαν σε μια μεθοδο που ονομαζεται λαθεμενη παραδοχη , σε αυτή την μεθοδο ο γραφευς μαντευε την σωστη τιμη τα αγνωστου της εξίσωσης ο όποιος ονομαζοταν κλήρος ,μετά αντικαθιστουσε αυτή την τιμη στην εξίσωση για να δει αν ήταν σωστη και αν δεν ήταν την προσαρμοζε αναλογως .Οι Αιγυπτιοι γνωριζαν και το Π.Θ

Αν και δεν υπαρχει αμεση μαρτυρια γι 'αυτό .Για παραδειγμα αν διαιρεσουμε ένα σχοινη σε μηκη των τριων , τεσσαρων και πεντε μοναδων τα μηκη αυτά αν αποτελουσαν πλευρες τριγωνου θα σχηματιζαν ένα ορθογώνιο τρίγωνο όπως οι βαβυλώνιοι ετσι και οι αυγίπτιοι δεν γνώριζαν τους πραγματικους αριθμούς χρησιμοποιουσαν ακεραιους αριθμούς και κλασματα για να συμβολιζουν τις τετραγωνικες ριζες των αριθμών.Ενας από τους υπολογισμους για τον αριθμο <<π>> βασιζόταν στον τυπο για το εμβαδόν του κύκλου .Πολλές ερμηνιες έχουν δωθει για τις διαστάσεις των πυραμιδων ,έχουν γινει

σφαλματα στο μηκος των πλευρων της μεγαλης πυραμιδας και στις γωνιες .Οι Αιγύπτιοι ακόμα χρειαζονταν ένα καλο ημερολογιο .Τελος τα μαθηματικα των Αιγυπτιων εμειναν στασιμα και δεν ανπτιχθήκναν πολύ .

## ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Αντλήσαμε πολλές πληροφορίες από αυτά που μελετήσαμε. Συνειδητοποιήσαμε το γεγονός ότι έχουμε αρχίσει να μελετάμε από τη μικρή ηλικία μας με τη βοήθεια των γονιών μας καθώς μας έβαζαν να μετράμε τα παιχνίδια μας χρησιμοποιώντας τα δάχτυλα μας στα οποία αντιστοιχούσε και μια αριθμητική λέξη έτσι κατανοήσαμε τι σημαίνει και ο όρος απεικόνιση όπου έχουμε σύμφωνα με τον όρο αυτό κάθε στοιχείο ενός συνόλου  $A$  αντιστοιχεί σε ένα ακριβώς στοιχείο του συνόλου  $T$  .Τακόμα είδαμε πως οι αριθμητικές πράξεις πραγματοποιούνται στην συνείδηση μας και όχι σε κάποιο μέρος του εγκεφάλου. Επιπλέον μάθαμε για τα συστήματα αρίθμησης των Αιγυπτίων των Σουμέριων και των Βαβυλώνιων τη χρησιμοποιούσαν τότε για να μετράμε και για να λύνουν τα πρόβλημα που είχαν και γενικά για τον πολιτισμό τους.

## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Αντλήσαμε πολλές πληροφοριες από αυτή την εργασία.Μαθαμε για διαφορους μεγαλους

πολιτισμούς και για τον τρόπο σκέψης των λαών  
κάθε πολιτισμού. Ακόμα μάθαμε για τα μαθηματικά  
τους και πώς έλυαν καθημερινά προβλήματα.

## ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Όλοι οι μεγάλοι λαοί που ασχοληθήκαμε και οι  
Σουμεριοί και οι Βαβυλώνιοι αλλά και οι Αιγύπτιοι  
είχαν αναπτύξει σπουδαία Μαθηματικά, συστήματα  
γραφής και αρίθμησης αλλά τρόπους να  
αντιμετωπίζουν τα καθημερινά προβλήματα. Πολλά  
από αυτά που ανακαλύψαν στον τομέα των  
Μαθηματικών και γενικά τα χρησιμοποιούμε μέχρι  
σημέρα.